南京大学学报(自然科学)
第35卷 第4期 JOURNAL OF NANJING UNIVERSITY Vol. 35, No. 4
1999年7月 (NATURAL SCIENCES) Jul., 1999

# 股票价格的一种线性分形预测方法*

申富饶 王嘉松
(南京大学国际商学院, 210093, 南京)

摘 要 主要研究股票价格的变化规律及对其未来价格的预测方法. 通过对股票市场价格进行小波分析, 发现股票价格的变化服从自相似性, 并且满足某种拟周期性. 而自相似是分形的一个重要特征, 就可将股票价格的变化作为分形来进行研究. 利用这一结论, 找出了股票价格变化的线性分形插值函数, 并提出一种线性分形预测方法来对股票价格进行预测. 在数值试验中, 对四川长虹的股票价格进行了分析, 利用上述线性分形预测方法进行预测, 得到了一些令人满意的结果, 说明该方法是可行的.

关键词 股票价格, 自相似, 线性分形插值, 线性分形预测
分类号 O189.12

## 0 引 言

股票价格的变化是极端复杂、很不规则的. 文献[1]利用小波变换对股票价格进行了分析, 发现股票价格的变化服从自相似性, 并且满足某种拟周期性. 分形学的创始人 Mandelbrot B B 曾对股票价格的变动规律进行了研究, 他从股票价格变动的分布及其分布的相似性方面论证了股票价格的变化是分形的[2]. 因此, 我们可以利用分形的性质来研究股票价格, 找出其所服从的分形规律, 并将之用于股票价格的预测. 本文第1部分介绍了一些基础知识, 第2部分提出了分形线性预测模型, 第3部分对四川长虹的股票价格进行分析, 得到了比较满意的结果.

## 1 预备知识

在建立分形预测模型的过程中, 需要利用到小波变换以及分形插值的知识, 我们对此作简要的介绍.

1.1 小波变换[3] 定义基本小波函数为 h(·), 设伸缩因子和平移因子分别是 $a$ 和 $b$, 将小

* 江苏省自然科学基金资助项目(No: BK97047)
收稿日期: 1998-03-19
第一作者简介: 申富饶, 男, 1973年10月生, 南京大学计算数学硕士

波变换基函数定义为:

$$h_{a,b}(x) = a^{-1}h((x-b)/a), \qquad a, b \in R, a > 0 \tag{1}$$

则函数 $f(x)$ 的小波变换可以定义为:

$$W_h(a, b) = \int_R h_{a,b}(x) f(x) \mathrm{d}x \tag{2}$$

它对应于 $f(x)$ 在函数族 $h_{a,b}(\cdot)$ 上的分解.

如果函数 $f(x)$ 满足这样的性质:

$$f(x_0 + \lambda x) - f(x_0) \approx \lambda^{\alpha}(f(x_0 + x) - f(x_0)) \tag{3}$$

则称 $f(x)$ 在 $x_0$ 点是自相似的, 其等价性条件为[4]:

$$W_h(\lambda a, x_0 + \lambda b) \approx \lambda^{\alpha}(W_h(a, x_0 + b)) \tag{4}$$

这里的 $\alpha$ 与 $x_0$ 有关, 当 $x_0$ 不同时, $\alpha$ 也不同.

对(4)式两边取对数, 有:

$$\ln W_h(\lambda a, x_0 + \lambda b) \approx \alpha \ln\lambda + \ln W_h(a, x_0 + b) \tag{5}$$

对于固定的 $a$, $x_0$, $b$, 取不同的 $\lambda$, 作出关于 $\ln W_h(\lambda a, x_0 + \lambda b)$ 和 $\ln\lambda$ 的图象, 如果近似为线性的, 则说明 $f(x)$ 为自相似的, 我们正是用此方法说明股票价格的变化服从自相似性. 所作出的线性图象的斜率即为 $\alpha$.

1.2　线性分形插值函数[5]　已知观察数据为 $\{(x_i, y_i)\}$, $i = (0, 1, 2, \cdots, N)$, $x_i \in [x_0, x_N]$, $y_i \in [a, b]$, 要找到一个分形插值函数 $f(x)$, 满足 $f(x): [x_0, x_N] \to [a, b]$ 是连续函数, 且 $f(x_i) = y_i$, $i = 0, 1, 2, \cdots, N$. 定义:

$$\begin{cases} L_i(x) = x_{i-1} + (x_i - x_{i-1})(x - x_0)/(x_N - x_0) & (6) \\ F_i(x, y) = b_i x + \alpha_i y + k_i & (7) \end{cases}$$

其中 $\alpha_i \in (-1, 1)$ 是参数,

$$\begin{cases} b_i = [y_i - y_{i-1} - \alpha_i(y_N - y_0)]/(x_N - x_0) \\ k_i = y_{i-1} - \alpha_i y_0 - b_i x_0 \qquad i \in \{1, 2, \cdots, N\} \end{cases} \tag{8}$$

令

$$T_i(x, y) = (L_i(x), F_i(x, y)), \qquad i = (1, 2, \cdots, N) \tag{9}$$

则 $\{T_i(x, y)\}$, $i = (1, 2, \cdots, N)$ 形成一迭代函数系, 其吸引子是分形插值函数 $f(x)$ 的图象.

很显然,

$$\begin{cases} L_i(x_0) = x_{i-1}, \\ L_i(x_N) = x_i, \\ F_i(x_0, y_0) = y_{i-1}, \qquad i = (1, 2, \cdots, N) \\ F_i(x_N, y_N) = y_i \end{cases} \tag{10}$$

由于它们是线性函数, 故称 $f(x)$ 为线性分形插值函数.

既然 $f(x)$ 是迭代函数吸引子的图象, 那么它是一个分形集, 且该迭代函数系是由仿射变换组成的.

## 2　线性分形预测

众所周知, 观察数据的插值函数可以很简单地将许多数据用一个函数表示出来; 另外,

插值的目的是外推. 既然插值函数可以适当外推, 就可以用来依靠已知数据预测未来的情况. 考虑到股票价格的分形性质, 我们试图用线性分形插值函数去预测未知数据的状况, 其数学模型如下:

如果已知股票价格的数据为 $N \cdot m+1$ 个, 即

$$\{(x_i, y_i)\}, \quad i=(0, 1, 2, \cdots, N \cdot m), \quad m \geq 1 \tag{11}$$

我们用每 $m$ 个点形成一个区间, 共有 $N$ 个小区间, 用上节(6) ~(9)的方法形成迭代函数系:

$$\{T_i(x, y)\}, \quad i=(1, 2, \cdots, N) \tag{12}$$

每个 $T_i(x, y)$中的 $\alpha_i$ 可以由上节(5)的方法得出. 这样我们就有了一个确定的迭代函数系$\{T_i(x, y)\}$, $i=(1, 2, \cdots, N)$, 它对应于一个确定的分形插值函数 $f(x)$. 下面即可外推 $f(x)$得到定义域为$[x_N, x_{N+1}]$ 区间中的未知 $y$ 值, 或估计出 $y$ 值. 很显然, 我们可以定义区间$[x_N, x_N+1]$上的迭代函数:

$$\begin{cases} L_{N+1}(x)=x_N+(x_{N+1}-x_N)(x-x_0)/(x_{N+1}-x_0) & (13) \\ F_{N+1}(x, y)=b_{N+1}x+\alpha_{N+1}y+k_{N+1} & (14) \end{cases}$$

其中,

$$\begin{cases} b_{N+1}=(y_{N+1}-y_N-\alpha_{N+1}(y_{N+1}-y_0))/(x_{N+1}-x_0) & (15) \\ k_{N+1}=y_N-\alpha_{N+1}y_0-b_{N+1}x_0 \end{cases}$$

$$\tag{16}$$

这里 $\alpha_{N+1}\in(-1, 1)$待定.

上式中的 $y_{N+1}$可以通过股票价格的拟周期性[1]而给出一个期望值, 对于已知的 $\alpha_{N+1}$, 我们就可以预测整个区间$[x_N, x_{N+1}]$上的所有 $f(x)$的值. 关于 $\alpha_{N+1}$的取法可以取:

$$\alpha_{N+1}=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i/N \tag{17}$$

# 3 数值试验

这里我们选用了四川长虹的股票价格进行分析, 我们对其股票价格从 1994 年 1 月 3 日到 1997 年 12 月 10 日的数据进行了分析和处理, 图 1 即为其原始数据图. 为了便于对方法的效果进行检验, 我们先对 1994 年 1 月 3 日到 1997 年 11 月 19 日的数据进行处理, 找出其线性分形插值函数.

我们将 1994 年 1 月 3 日到 1997 年 11 月 19 日的数据划分为 59 个小的区间, 则有:

$$N=59, \; m=16, \; x_i=16 \cdot i+1, \; i\in\{0, 1, 2, \cdots, N\}, \tag{18}$$

$y=($21.9, 19.8, 18.25, 17, 14.3, 18, 15.9, 13.78, 8.89, 10.99, 11.51, 16.2, 11.5, 11.26, 11.17, 10.68, 10.4, 10.44, 10.8, 10.73, 10.04, 12.05, 9.64, 9.0, 9.11, 10.2, 9.71, 7.75, 7.48, 7.2, 6.77, 6.26, 6.12, 7.59, 7.88, 10.431, 15.842, 13.025, 15.802, 15.93, 17.17, 16.28, 15.18, 16.68, 18.29, 19.08, 16.87, 17.49, 19.3, 24.4, 27.55, 44.69, 33.64, 36.13, 34.87, 30.51, 22.55, 21.12, 25.07, 25.66$)^T$. (19)

根据每个小区间的若干个数据, 我们利用(4)式, 通过取不同的$\lambda$值, 对这些数据作小波变换 $W_h(\lambda, x_i)$, $(i\in\{0, 1, 2, \cdots, N\})$(为了计算的方便, 这里我们对小波基函数中的伸缩

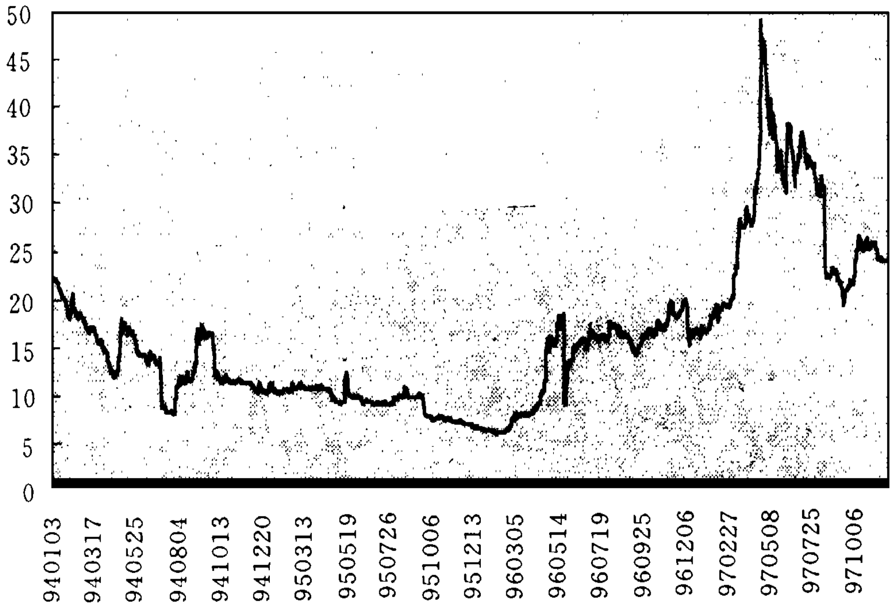


图 1　四川长虹股票价格原始数据

**Fig. 1　Raw data of Sichuan Changhong's stock price**

因子 $a$ 和平移因子 $b$ 分别取特殊的值 1 和 0), 然后对变换后的值取自然对数, 再与 $\ln\lambda$ 作比较, 就可以得出 $\alpha_i$ 的值, 计算结果发现, 四川长虹的股票价格变化确实是服从自相似的, 且 $\alpha_i \approx -0.5$, $i=(1, 2, \cdots, N)$.

有了 $x_i, y_i, \alpha_i$, $i=(0, 1, 2, \cdots, N)$, 就可以根据(6) ~(9) 式来构造迭代函数系如下:

$$\begin{cases} L_i(x) = x/59.0 + 16(i-1) + 58.0/59.0, \\ F_i(x, y) = b_i x - 0.5y + k_i, \qquad\qquad i \in 1, 2, \cdots, N\}. \\ b_i = (y_i - y_{i-1} + 0.5(y_N - y_0))/(x_N - x_0), \\ k_i = y_i + 0.5y_0 - b_i x_0 \end{cases} \tag{20}$$

$$T_i(x, y) = (L_i(x), F_i(x, y)). \qquad i \in \{1, 2, \cdots, N\} \tag{21}$$

由迭代函数系 $T_i(x, y)$, $i=(1, 2, \cdots, N)$, 可以作出它的迭代函数图象, 迭代过程中, 我们选择了初始值为 $x=1$, $y=0$. 下列图形中, 图 2 为一次迭代所得图形, 图 3 为 20 次迭代所得图形(横坐标为距 1994 年 1 月 3 日所隔天数, 纵坐标为股票价格).

将图 2 和图 3 与图 1 相比较发现, 用线性分形插值函数所做得的结果与原始数据有一定的误差, 但随着迭代次数的增大, 其误差越来越小, 而且, 分形插值图形较好的反应了原始数据的变化趋势, 这就使得我们能够用线性分形插值函数来进行外推以预测股票价格的未来走向, 并且, 如果进行多次迭代, 也有可能得到一个与真实数据误差不大的估计值.

我们根据图 3 中的分形曲线的走向, 并结合股票价格的拟周期性, 可以假设 $y_{N+1}$的值为 25, 再利用(13) ~(16) 式进行外推, 且令 $\alpha_{N+1}=-0.5$. 其表达式为:

$$\begin{cases} L_{N+1}(x) = x/60.0 + 59.0/60.0 + 944, \\ F_{N+1}(x, y) = b_{N+1}x - 0.5y + k_{N+1}, \\ b_{N+1} = (y_{N+1} - y_N + 0.5(y_{N+1} - y_0))/(x_{N+1} - x_0) \\ k_{N+1} = y_N + 0.5y_0 - b_{N+1}. \end{cases} \tag{22}$$

对外推后的线性分形插值函数进行 20 次迭代, 所得结果用图形表示为图 4(横坐标和纵坐标说明同图 2、图 3) .

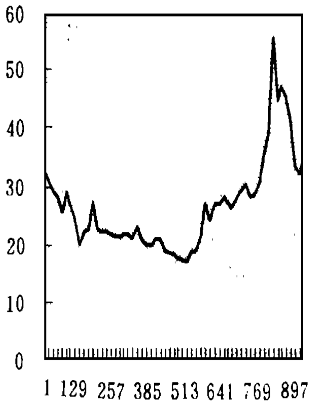


图 2　一次迭代线性分形插值图形

**Fig. 2　One iteration's graph of linear fractal interpolation**

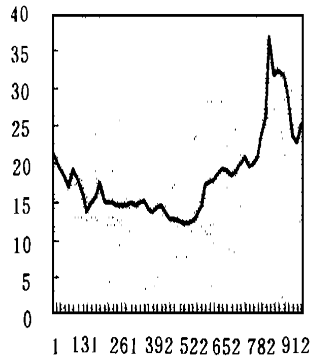


图 3　20 次迭代线性分形插值图形

**Fig. 3　Twenty iterations' graph of linear fractal interpolation**

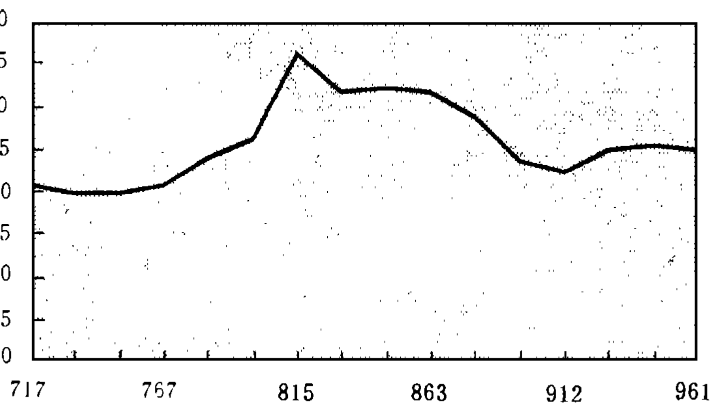


图 4　线性分形预测图形

**Fig. 4　Graph of linear fractal prediction**

由图 4 可以看出, 从 1997 年 10 月 28 日到 1997 年 12 月 10 日这一段时间内股票价格的变化比较平稳, 而且其数值较接近 25. 和这段时间内的原始数据进行比较时发现, 四川长虹的实际股票价格确实在 25 左右变动, 而且其变化范围很小, 变化量局限于 1 或 2 之内. 这就说明, 用线性分形插值的方法来对股票价格进行预测是可行的.

参 考 文 献

1 Rarnsey J B, Usikov D, Zaslavsky G M. An analysis of U S stock price behavior using wavelets. Fractals, 1995, 3(2): 377～389
2 高安秀枢著. 分数维. 沈步明等译. 北京: 地震出版社, 1989
3 Holschneider M. On the wavelet transformation of fractal objects. J Stat Phys, 1988, 509: 63～993
4 Arneodo A, Grasseau G. Wavelet transform of Multifractals. Phys Rev Lett, 1990, 61: 2281～2284
5 Barnsley M F. Fractal functions and interpolation. Const. Approx, 1986(2): 303～329


# A LINEAR FRACTAL PREDICTION METHOD FOR STOCH PRICE


*Shen Furao　　Wang Jiasong*

(The School of International Business, Nanjing University, 210093, Nanjing, PRC)



**Abstract** Studies the transient law of stock market price and the prediction method of the future stock price. Wavelet transform is used to find the evidence of self— similarity of a function. This method can solve the major problems of the previous analysis in this area. It doesn' t depend on the assumption of stationarity of the time series, it can detect structures in data that are highly localized in time and therefore non— detectable by Fourier transform, and it doesn' t require very large numbers of observations. There is an equivalent proposition to ensure that this method is feasible. This article uses wavelet transform to analyze the stock market price, and gets some evidence of self— similarity. During the process, some limited evidence of quasi— periodicity in the occurrence of large amplitude shocks to the system is found. Self— similarity is a primary feature of fractal, so the stock market price can be illustrated as fractal. With this conclusion, we find out the linear fractal interpolation function of the stock price, and get a linear fractal prediction method to infer the future stock price. By numerical examples we analyze the stock price of Sichuan Changhong, use the linear fractal prediction method to predict future price, and get some interesting results, which demonstrate that this method is feasible.



**Keywords** stock price, self— similarity, linear fractal interpolation, linear fractal prediction